# 粗糙度对幂律流体湍流沿程阻力系数的影响

康艳蓓<sup>1</sup>, 张 浩<sup>1,2</sup>, 许 岩<sup>3</sup>

(1. 山东建筑大学 热能工程学院,山东 济南 250101; 2. 可再生能源建筑利用 技术教育部重点实验室,山东 济南 250101; 3. 山东大学 基建部,山东 济南 250100)

摘 要: 针对4种不同形状截面管道(圆形截面、三角形截面、矩形截面和梯形截面)中的非 牛顿幂律流体湍流流动沿程阻力系数进行研究。采用 CFX 软件进行数值模拟,通过改变流体的流 速得到不同的雷诺数,模拟湍流状态时,不同相对粗糙度和不同雷诺数组合下的多种工况,分析流 体在管道中的沿程阻力系数与管道内壁相对粗糙度的关系。结果显示,不同形状截面管道内沿程 阻力系数均随相对粗糙度的增大而增大,且增幅随着相对粗糙度的增加而减小,最后逐渐趋于稳 定。在相对粗糙度较小区域,沿程阻力系数随着雷诺数的增加相应减小。在相对粗糙度和雷诺数 较大的粗糙区,沿程阻力系数仅与相对粗糙度有关,而与雷诺数无关,最终逐渐趋于定值,进入阻力 平方区。在相对粗糙度较大区域,各截面管道中同一相对粗糙度对应的沿程阻力系数基本相同,说 明较粗糙管道更早进入阻力平方区。在当量直径相同的4种不同形状的截面管道中,圆形截面管 道内非牛顿幂律流体首先进入阻力平方区。

关键词: 相对粗糙度; 沿程阻力系数; 非牛顿流体; 管道截面形状; 幂律流体 中图分类号: TU996.6 文献标志码: A 文章编号: 1000-4416(2018)08-0B07-06 DOI:10.13608/j.cnki.1000-4416.2018.08.012

## 1 概述

由于非牛顿流体构成复杂,其流动相关问题仍 需深入探讨与研究<sup>[1-2]</sup>。不少学者从非牛顿流体的 黏度和剪切速率为切入点,对幂律流体<sup>[3-6]</sup>展开研 究。Dodge 和 Metzner<sup>[7]</sup>对幂律流体在光滑管道中 的湍流状态进行研究,采用因次分析法,推导得出管 道内湍流摩阻系数的计算公式,即 Dodge – Metzner 半经验公式。袁世伟<sup>[8]</sup>针对幂律非牛顿流体的层 流及湍流流动情况进行数值模拟和实验研究。本文 通过 CFX 软件对非牛顿幂律流体进行理论分析和 数值模拟研究,分析了管壁粗糙度对流体流动阻力 的影响,为非牛顿幂律流体流动特性在工业生产中 的运用提供理论参考。

# 2 数学模型

① 控制方程

本文描述管内非牛顿幂律流体流动问题的控制 方程包括连续性方程、动量方程<sup>[9]</sup>,并选择适合绝 大多数工程湍流模型的标准  $k - \varepsilon$ 湍流模型<sup>[10]</sup>,加 入了湍动能 k 方程和湍动能耗散率  $\varepsilon$  方程。湍动能 k 方程和湍动能耗散率  $\varepsilon$  方程中涉及非牛顿幂律流 体动力黏度 表达式为:

$$\mu = K \left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right)^{n-1}$$

式中 µ----非牛顿幂律流体动力黏度 ,Pa•s

K——稠度系数 Pa•s<sup>n</sup>  $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}v}$  速度梯度 s<sup>-1</sup>

幂律指数取值参照3%的黄原胶水溶液。

2 基本参数

基金项目:山东省自然科学基金项目(ZR2014JL039) 作者简介:康艳蓓,女.硕士生.研究方向为流动阻力。 收稿日期:2018-03-27; 修回日期:2018-06-10 通信作者:张 浩

• B 07 •

非牛顿幂律流体 Re<sup>[6]</sup>表达式为:

$$Re = \frac{\rho v^{2^{-n}} d^n}{K}$$

根据幂律流体在管道内的压力降:

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho v^2}{2}$$

求得沿程阻力系数为:

$$\lambda = 2\Delta p \, \frac{d}{\rho v^2 L}$$

式中 Re----流体的雷诺数

 $\rho$ ——流体的密度 kg/m<sup>3</sup>

d----管道当量直径 "m

 $\Delta p$ ——流体在管内的压力降 Pa

λ----沿程阻力系数

L----管道计算长度 m

沿程阻力系数受速度和压力降影响。在软件模 拟过程中,速度不同所对应的雷诺数不同。相对粗 糙度不同,最终得到的压力降不同,不同情况下的压 力降直接通过模拟软件得到。

## 3 物理模型

# ① 物理模型概述

为研究非牛顿幂律流体在不同形状截面管道 中,管壁相对粗糙度与沿程阻力系数之间的关系,本 文设计了4种不同形状截面管道进行模拟实验,分 别为圆形截面、三角形截面、矩形截面和梯形截面。 4种不同形状截面管道见图1(图中标注数值单位 为mm)。4种不同形状截面管道当量直径均为0.1 m 模拟几何模型的管长均为0.8 m。



本文采用结构化网格<sup>[11]</sup>对几何模型进行网格 划分 在对不同截面形状下的几何模型进行模拟之 前 首先进行网格独立性验证 通过加密或减少网格 数量 将网格总数控制在合适的范围内 保证计算结 果的准确、有效性。不同形状截面管道的几何模型 网格生成情况见图 2。



c.矩形截面

d.梯形截面

图 2 不同形状截面管道的几何模型网格生成情况

③ 边界条件及计算区域设置

利用 ICEM 软件创建管道几何模型,并进行网 格划分,然后将划分好的网格文件导入 CFX 软件 中,采用标准 *k* - *ε* 湍流模型与可升级的壁面函数法 (Scalable wall function),变化参数主要为入口速度 和壁面粗糙度。具体边界条件设置如下。

a. 模型求解器(Solver)设置: 对流格式选择为 默认的 High Resolution 格式,湍流方程的离散格式 默认为 Upwind 格式。

b. 流体材料为非牛顿幂律流体,幂律指数为
 0.2,摩尔质量为1.0 kg/kmol,密度为850 kg/m<sup>3</sup>,比
 热容为2000 J/(kg•K)。

c. 进口边界条件:速度入口边界条件,变化范围 为1~5 m/s。

d. 出口边界条件:压力(0 Pa)出口边界条件。

e. 壁面边界条件:管壁粗糙度,变化范围0.01~0.6 mm。

f. 数值模拟的计算区域在标准大气压 101.325 kPa 下进行 流体流动在湍流模型中计算。

g. 控制方程的离散方法采用有限体积法,速度 场和压力场的耦合采用 SIMPLE 算法模拟计算。求 解过程中,选择高阶求解模式,迭代步数设置为

• B 08 •

1 000步,时间控制默认为自动时间尺度,残差为 10<sup>-6</sup>。

④ 数值模拟结果的合理性验证

合理选择湍流模型是获取准确数值模拟结果的 关键。为了验证本文湍流模型的准确性以及数值模 拟方法的合理性 模拟计算了湍流状态时,水在圆形 截面管道内沿程阻力系数随相对粗糙度(管壁粗糙 度与管道截面当量直径的比值,后文图中均用 Δ/d 表示)的变化。并将数值模拟结果与经典尼古拉兹 实验值做对比,数值模拟结果与尼古拉兹实验结果 对比见图 3。对比结果显示数值模拟计算结果与尼 古拉兹实验的实验结果差距不大,变化趋势基本吻 合,因此本文所选定的湍流模型以及采用的数值模 拟方法对圆形截面管道内流体流动的研究是可行 的。





#### 4 数值模拟及分析

本文以非牛顿幂律流体为研究对象,选取4种 不同形状截面管道,设相对粗糙度为变量,入口速 度、雷诺数、管道截面形状为参量进行数值模拟,分 析研究了各因素对管内沿程阻力系数随相对粗糙度 变化的影响。

① 入口速度的影响

根据管道截面形状的不同,将管壁相对粗糙度 分别设置为:0.000 1,0.000 5,0.001,0.001 5, 0.002;… 0.005 5,0.006;参量入口速度分别设置 为:1.0 m/s,1.5 m/s,2.0 m/s,2.5 m/s,3.0 m/s, 4.0 m/s,5.0 m/s;其他边界条件相等。不同形状截 面管道,入口速度不同条件下沿程阻力系数随管壁 相对粗糙度的变化见图4(圆形和三角形截面管道 由于入口速度为3 m/s时,曲线已趋于稳定,因此未 模拟入口速度为4 m/s、5 m/s 的工况)。

由图 4 可以看出,不同形状截面管道内非牛顿 幂律流体的沿程阻力系数变化规律总体一致,在相 对粗糙度较小区域,随着流速的增加,管道壁面的沿 程阻力系数相应减小;随着相对粗糙度的增加,沿程 阻力系数受流速影响逐渐降低。综合比较图 4a ~ 4d,发现沿程阻力系数的主要变化趋势为均随相对 粗糙度的增大而增大,且增幅随着相对粗糙度的增 加而减小,即当相对粗糙度较大时,沿程阻力系数的 增幅逐渐减小,最终趋于稳定。

设定不同的进口速度,模拟分析沿程阻力系数 随相对粗糙度的变化情况,由图4可见,圆形截面管 道的变化规律受流速影响不大,当流速大于1.5 m/ s 相对粗糙度大于0.001时,即使流速不同,同一相 对粗糙度所对应的沿程阻力系数也基本相同,说明 较粗糙管道更早进入阻力平方区(在此区域内沿程 阻力系数仅与相对粗糙度有关,与雷诺数无关)。 其次受流速影响较小的依次为三角形截面管道、梯 形截面管道和矩形截面管道。其中,当流速大于2 m/s时,三角形截面管道内流体沿程阻力系数随相 对粗糙度的变化趋势相同。而矩形和梯形截面管道 相较于前两种截面而言,受流速影响范围较大,当流 速大于2.5 m/s时,沿程阻力系数才开始不受流速 影响,即只受相对粗糙度的影响,随相对粗糙度的增 大而增大。

# ② 雷诺数的影响

根据管道截面形状的不同,将管壁相对粗糙度 分别设置为: 0.000 1,0.000 5,0.001,0.001 5, 0.002,… 0.005 5 0.006;参量雷诺数分别设置为:  $5 \times 10^4$ , $1 \times 10^5$ , $5 \times 10^5$ , $1 \times 10^6$ (需要提前确定雷诺 数,然后求得所对应的流速,最后在软件中入口速度 分别设置为该流速,进行模拟计算 A 个雷诺数对应 的速度分别为 1.29 m/s、1.9 m/s、4.64 m/s、6.82 m/s);其他边界条件相等。不同形状截面管道内, 不同雷诺数沿程阻力系数随相对粗糙度的变化见图 5。

由图 5 可以看出,非牛顿幂律流体在不同形状 截面管道内的沿程阻力系数变化规律总体一致,随 着相对粗糙度的增加而增加,在相对粗糙度较小区 域随着雷诺数的增加而相应减少;且伴随相对粗糙 度的增加,沿程阻力系数随雷诺数的变化趋势逐渐



• B 10 •

趋于一致。在相对粗糙度和雷诺数较大的粗糙区, 沿程阻力系数仅与相对粗糙度有关,而与雷诺数无 关,最终逐渐趋于定值,进入阻力平方区。

设定不同的雷诺数,模拟分析沿程阻力系数 随相对粗糙度的变化情况,由图 5a 可见,当雷诺 数大于1×10<sup>5</sup> 相对粗糙度大于0.002 时,圆形截 面管道的沿程阻力系数变化基本不受雷诺数影 响,仅与相对粗糙度相关,同一相对粗糙度所对应 的沿程阻力系数可视为常数。由图 5b、5c、5d 可 以发现,当雷诺数 *Re* 大于5×10<sup>5</sup> 时,其他截面形 状管道的沿程阻力系数的变化规律随着雷诺数的 增加逐渐趋近于圆形截面管道。另外比较图 5a~ 5d,发现圆形截面管道内,当相对粗糙度较大、雷 诺数较小时,沿程阻力系数随雷诺数的增长,先增 加后趋于稳定,有别于其他3种形状截面的管道, 其变化趋势与经典尼古拉兹实验中沿程阻力系数 随雷诺数变化的趋势相似。

# ③ 管道截面形状的影响

根据管道截面形状的不同,将管壁相对粗糙度 分别设置为:0.000 1,0.000 5,0.001,0.001 5, 0.002;… ρ.005 5 ρ.006;雷诺数分别为:5×10<sup>4</sup>,1 ×10<sup>5</sup> 5×10<sup>5</sup>,1×10<sup>6</sup>;其他边界条件相等。不同雷 诺数下,非牛顿幂律流体在4种不同形状截面管道 内沿程阻力系数随相对粗糙度的变化见图6。



# 图 6 不同形状截面管道内沿程阻力系数 随相对粗糙度的变化趋势

诺数无关。

由于得到不同的雷诺数是通过改变流体入口的 流速来实现,所以比较图4、5 及图6可得出,随着雷 诺数的增加,沿程阻力系数随相对粗糙度变化的趋 势逐渐趋于稳定,其中矩形截面管道与梯形截面管 道的变化情况几乎一致。比较图6a~6d,可以发现 在当量直径相同的4种截面管道中,圆形截面管道 中的非牛顿幂律流体首先进入阻力平方区,即在该 区域内沿程阻力系数仅与相对粗糙度有关,而与雷

另外,由图中还可以看出,在相对粗糙度相同的 情况下,矩形和梯形截面管道内的沿程阻力系数较 小,三角形截面管道内的沿程阻力系数最大。当相 对粗糙度为0.005时,三角形截面管道内的沿程阻 力系数高达0.085,几乎是矩形和梯形截面管道内 的沿程阻力系数的2倍。其中矩形与梯形截面管道 由于几何构成相似,管内流体沿程阻力系数随着雷

• B 11 •

诺数的增加越来越接近,最后趋于一致,在0.016~0.045范围内。

# 5 结论

 不同形状截面管道内沿程阻力系数均随相 对粗糙度的增大而增大,且增幅随着相对粗糙度的 增加而减小,最后逐渐趋于稳定。

② 在相对粗糙度较小区域,管道壁面的沿程 阻力系数随着雷诺数的增加相应减小。在相对粗糙 度和雷诺数较大的粗糙区,沿程阻力系数仅与相对 粗糙度有关,而与雷诺数无关,最终逐渐趋于定值, 进入阻力平方区。

③ 在相对粗糙度较大区域,各截面管道中同 一相对粗糙度对应的沿程阻力系数基本相同,说明 较粗糙管道更早进入阻力平方区。

④ 在当量直径相同的4种不同形状的截面管
 道中 圆形截面管道内非牛顿幂律流体首先进入阻力平方区。

#### 参考文献:

- [1] 彭岩,吕冰海,纪宏波,等.非牛顿流体材料在工业领域的应用与展望[J].轻工机械 2014(1):109-114.
- [2] 刘海燕,庞明军,魏进家.非牛顿流体研究进展与发展趋势[J].应用化工,2010(5):740-746.
- [3] LAVROV A. Non Newtonian fluid flow in rough walled fractures [J]. Rock Characterisation, Modelling and Engineering Design Methods ,2013 ,18 (6): 363 – 368.
- [4] ZHANG Hao, XU Tiantian, ZHANG Xinxin. Study on local resistance of non – Newtonian power law fluid in elbow pipes [J]. Journal of Thermal Science, 2016, 25 (3): 287 – 291.
- [5] 戴干策,陈敏恒.化工流体力学[M].北京:化学工 业出版社,2005:247-250.
- [6] MUKHERJEE S, GUPTA A K, CHHABRA R P, et al. Laminar forced convection in power – law and Bingham plastic fluids in ducts of semi – circular and other cross – sections [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2017(104): 112 – 141.
- [7] DODGE D W, METZNER A B. Turbulent flow of non Newtonian systems [J]. Aiche Journal, 2010, 5(2):189 – 204.
- [8] 袁世伟. 幂律非牛顿流体流动的数值计算与实验研究
  (硕士学位论文) [D]. 上海:华东理工大学 2014:16
  -51.

- [9] 王福军. 流体机械旋转湍流计算模型研究进展 [J]. 农业机械学报 2016 47(2):1-14.
- [10] ANDERSON J D. Computational fluid dynamics and its application [M]. Beijing: China Machine Press, 2007: 26-55.
- [11] JI Bingbing , ZHANG Xiaoxia , GU Yan. Basic tutorials and case explanation of ANSYS ICEM CFD [M]. Beijing: China Machine Press 2015:21-48.

# Influence of Roughness on Drag Coefficient along Path of Power-law Fluid Turbulence

KANG Yanbei ZHANG Hao ,XU Yan

The drag coefficients along the path Abstract: of non-Newtonian power-law fluid turbulence in 4 different cross-section pipes (circular cross-section ,triangle cross-section , rectangular cross-section and trapezoid cross-section) are studied. The numerical simulation is performed by CFX software. The different Reynolds numbers are obtained by changing the flow velocity of the fluid. A variety of turbulent working conditions under combinations of different relative roughness and different Reynolds numbers are simulated. The relationship between the drag coefficient along the path of the fluid in the pipe and the relative roughness of the inner wall of the pipe is analyzed. The results show that the drag coefficient along the path in different cross-section pipes increases with the increase of relative roughness and the increasing extent decreases with the increase of relative roughness , and finally tends to be stable. In the region with low relative roughness the drag coefficient along the path decreases with the increase of Reynolds number. In the region with large relative roughness and Reynolds number the drag coefficient along the path is only related to the relative roughness and is not related to the Reynolds number. Finally it gradually becomes fixed value and enters the resistance squared area. In the region with large relative roughness the drag coefficients along the path corresponding to the same relative roughness in each cross-section pipe are basically the same ,which indicates that the rougher pipe enters the resistance squared zone earlier. In 4 different cross-section pipes with the same equivalent diameter ,the non-Newtonian power-law fluid in the circular cross-section pipe first enters the resistance squared zone.

**Key words**: relative roughness; drag coefficient along path; non-Newtonian fluid; pipe cross-section shape; power-law fluid

• B 12 •