

DOI: 10.16076/j.cnki.cjhd.2015.02.010

多孔介质壁面封闭腔体自然对流传热的数值模拟*

邱伟国¹, 云和明^{1,2,3}, 陈宝明^{1,2,3}, 刘芳^{1,2,3}, 蔡鹏飞¹

(1. 山东建筑大学热能工程学院, 济南 250101, Email: qiuwgsjtu@126.com;

2. 可再生能源建筑利用技术省部共建教育部重点实验室, 济南 250101;

3. 山东省可再生能源建筑应用技术重点实验室, 济南 250101)

摘要: 多孔介质壁面封闭腔体的自然对流在太阳能暖房、蓄热腔体等中有重要的应用。该文针对左侧部分多孔介质壁面矩形封闭腔体, 基于有限元法对封闭腔体的自然对流换热进行了数值模拟, 得到了在不同 Ra 数、宽高比 A 以及不同壁面工况条件下腔体内空气的速度分布, 同时获得右壁面的平均 Nu 数。研究表明: 随着 A 的增大, 腔体内的流动减弱, 右壁面换热减弱; 而左侧部分多孔介质壁面对腔体的流动换热产生很大的影响。

关键词: 封闭腔体; 多孔介质; 自然对流; 数值模拟

中图分类号: TK124

文献标识码: A

Numerical simulation on natural convection heat transfer in enclosure with a porous media wall

QIU Wei-guo¹, YUN He-ming^{1,2,3}, CHEN Bao-ming^{1,2,3},
LIU Fang^{1,2,3}, CAI Peng-fei¹

(1. School of Thermal Energy Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, China;

2. Key Laboratory of Renewable Energy Utilization Technologies in Building, Ministry of Education, Jinan 250101, China;

3. Shandong Key Laboratory of Renewable Energy Application Technology, Jinan 250101, China)

Abstract: Natural convection in closed cavity with porous media wall has been importantly applicated in the solar energy greenhouse, heat storage chamber etc. In this paper, part of the left wall of rectangular enclosed cavity is porous medium, natural convection in this enclosed cavity has been simulated by using the finite element method. The velocity distribution of air in cavity and the average Nu number of right wall has been obtained with different Ra number, aspect ratio A and different wall conditions. The results show that: with the increasing A the flow in the cavity becomes weaken, the heat transfer of right wall also becomes weaken as well; the left wall with part of porous media has a huge impact on the flow and heat transfer in cavity.

Key words: enclosure; porous media; natural convection; numerical simulation

* 收稿日期: 2014-03-30(2014-10-29 修改稿)

基金项目: 国家自然科学基金项目(51076086)

作者简介: 邱伟国(1988 -), 男, 山东菏泽人, 硕士研究生.

通信作者: 陈宝明, Email: chenbm@sdjzu.edu.cn

Received: March 30, 2014 (Revised October 29, 2014)

Project supported by foundation: Supported by the National Natural Science Foundation of China (51076086)

Biography: QIU Wei-guo (1988-), Male, Master Candidate.

Corresponding author: CHEN Bao-ming, Email: chenbm@sdjzu.edu.cn

引言

多孔介质壁面封闭腔体内的自然对流流体会因为空间温度的不均匀性而导致流体的密度差异，从而在重力场的作用下产生浮升力，以驱使方腔内的流体同壁面发生自然对流换热现象。自然对流换热有着极其重要的应用背景^[1,2]，例如：被动式太阳房、相变材料的凝固与融化、建筑墙体保温、太阳能集热器和建筑围护结构墙体传热等。

近年来，Donald 和 Adrian^[3]对多孔介质内的自然对流传热问题进行了详细的阐述；Saeid 等^[4]数值模拟了含有多孔介质封闭腔体在左右壁面高低温下非稳态自然对流的问题，结果表明达到稳定的时间随着 Ra 数的升高而增大；Yedder 等^[5]对右壁面处为固体的倾斜封闭腔体的层流自然对流进行了研究，说明了 Ra 数、固体的厚度、腔体倾斜角度对传热的影响；Baytas 等^[6]则对上下壁面覆盖固体的多孔介质腔体稳态自然对流进行了数值模拟，计算结果表明上下壁面处的散热在固体导热系数较高时不能忽略；Varol 等^[7]对局部加热壁面的三角形腔体进行了数值模拟，分析了长宽比、局部加热长度、位置和 Ra 数对腔体流动换热的影响。至今对于多孔介质壁面方腔自然对流传热流动机理研究甚少，鉴于其在诸如被动式太阳房、建筑墙体保温中常见，十分有必要深层次探讨其影响自然对流传热的规律。

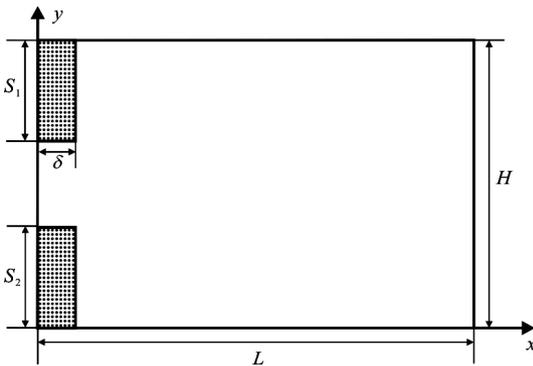


图 1 物理模型和坐标系
Fig.1 Physical model and coordinates system

1 物理模型及数学描述

1.1 几何模型

以被动式太阳房的房间为计算模型，考虑左侧壁面为部分多孔介质，其物理模型如图 1 所示。

矩形腔体长 L ，高 H ，多孔介质墙体厚度为 δ ， $\delta/H=0.086$ ，下面多孔介质的高度为 S_1 ， $S_1/H=0.357$ ，上面多孔介质的高度为 S_2 ， $S_2/H=0.293$ ，多孔介质孔隙率为 69.8%。腔体内流体流动选择稳态不可压缩层流模型，基于 Boussinesq 假设的重力影响，腔体内的空气在左右壁面温差下做低速流动，忽略黏性耗散，所有的物性参数假定为常数。

1.2 数学控制方程及边界条件

壁面、多孔介质与空腔内空气的界面采用无滑移边界条件，腔体左壁面高温为 T_h ，右壁面低温 T_c ，上下壁面绝热。基于 Boussinesq 假设，封闭腔体内的自然对流传热的控制方程为：

连续性方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

动量方程：

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \rho g \beta(T - T_c) \tag{3}$$

能量方程：

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \tag{4}$$

边界条件：

$$u(x, 0) = u(x, H) = u(0, y) = u(L, y) = 0 \tag{5a}$$

$$v(x, 0) = v(x, H) = v(0, y) = v(L, y) = 0 \tag{5b}$$

$$T(0, y) = T_h, \quad T(L, y) = T_c, \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = \frac{\partial T}{\partial y}(x, H) = 0 \tag{6}$$

其中： u 、 v 分别为 x 、 y 两个方向的分速度， ρ 是流体的密度， $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)$ 是流体的体膨胀系数，

$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ 是流体的热扩散率， c_p 是流体的比定压热

容, μ 是流体的动力黏度。

为了使上面的方程无量纲化, 引入以下的无量纲变量: 无量纲几何参数 $X = \frac{x}{H}$, $Y = \frac{y}{H}$, 无量纲

速度 $U = \frac{uH}{a}$, $V = \frac{vH}{a}$, 无量纲压力 $P = \frac{pH^2}{\rho a^2}$, 无

量纲温度 $\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$ 。因此, 控制方程 (1) 一方

(4) 可无量纲化为:
连续方程:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (7)$$

动量方程:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (8)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + RaPr\theta \quad (9)$$

能量方程:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (10)$$

对于左壁面部分多孔介质固体构架, 传热方式为导热。Prandtl 数 Pr 和 Rayleigh 数 Ra 作为无量纲控制参数, 分别定义为: $Pr = \frac{\nu}{a}$, $Ra = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{\nu a}$ 。

无量纲的边界条件可设为:

$$U(X, 0) = U(X, 1) = U(0, Y) = U(A, Y) = 0 \quad (11)$$

$$V(X, 0) = V(X, 1) = V(0, Y) = V(A, Y) = 0 \quad (12)$$

$$\theta(0, Y) = 1, \theta(A, Y) = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 0) = \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 1) = 0 \quad (13)$$

设宽高比 $A = L/H$, 流体的局部 Nu 数和平均

Nu_{ave} 数分别定义为 $Nu = -\frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{wall}$, $Nu_{ave} =$

$\int_0^1 Nu dY$, 其中 n 为壁面的法向单位向量^[8]。此外, 又计算了另外两种模型作为对比分析。为便于描述, 本模型简记为介质腔体; 把左壁面两部分多孔介质换为孔隙率为零的固体的腔体简记为固体腔体; 去除左壁面两部分多孔介质后的空腔简记为腔体。上述三种模型的边界条件相同: 温度边界条件是左壁面高温右壁面低温, 上下绝热; 速度边界条件采用无滑移边界条件。

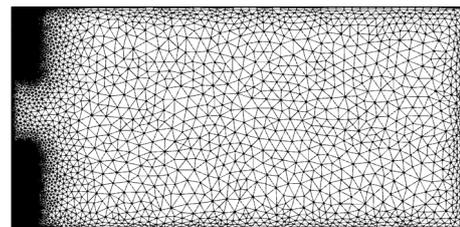


图2 网格计算模型
Fig.2 Model of grid computing

1.3 网格计算模型

采用人工控制网格单元尺寸对封闭腔体几何模型进行非均匀分区网格划分。因在近壁面及多孔介质附近流体的温度梯度和速度梯度变化尤为剧烈, 故对此处网格进行自适应加密, 而在多孔介质墙壁区外用四边形网格, 其余的流体区域采用三角

表1 Nusselt 数和相关文献计算结果的对比

Table 1. Comparison of Nusselt between present calculation and relevant literatures

	$Ra = 10^3$			$Ra = 10^4$			$Ra = 10^5$		
	Nu_{ave}	Nu_{max}	Nu_{min}	Nu_{ave}	Nu_{max}	Nu_{min}	Nu_{ave}	Nu_{max}	Nu_{min}
本文	1.117	1.505	0.692	2.242	3.526	0.585	4.507	7.680	0.730
董韶峰 ^[9]	1.130	1.542	0.703	2.282	3.595	0.610	4.476	7.645	0.813
Markatos and Pericleous ^[10]	1.108	1.596	0.720	2.201	3.482	0.643	4.430	7.626	0.824
De Vahl Davis ^[11]	1.118	1.505	0.692	2.243	3.528	0.586	4.519	7.717	0.729
Fusegi et al. ^[12]	1.105	1.420	0.764	2.302	3.652	0.611	4.646	7.795	0.787
李光正 ^[13]	1.115			2.247			4.544		

形网格，这样既能满足计算精度又能提高计算效率，图 2 为网格计算模型。

2 结果与分析

2.1 数值计算模型验证

为了验证数值模拟计算的正确性，采用方腔内自然对流换热流动状况来验证。此时 $H=L=1$ ，在不同的 Ra 数下分别计算了左壁面高温侧的平均 Nu 数 Nu_{ave} 、最大 Nu 数 Nu_{max} 和最小 Nu 数 Nu_{min} 。并选取了 $Ra=10^3$ 、 $Ra=10^4$ 和 $Ra=10^5$ 三种典型的计算结果与权威文献的计算结果进行对比，如表 1 所示。

由表 1 可以看出，本文模拟结果与相关文献的经典算例吻合良好，从而证明本文采用的数值计算模型和方法是正确有效的。

拟了 $A=0.5$ 、 $A=0.75$ 、 $A=1$ 、 $A=1.25$ 、 $A=1.5$ 、 $A=1.75$ 、 $A=2$ 和 $A=4$ 这 8 种情况下腔体内的流动。为了能有效对比各种工况下的流动状况，分别选取了腔体中 $x=L/2$ 处的竖直线来观察水平方向无量纲速度 U 的分布，以及腔体中 $y=H/2$ 处的水平线竖直方向无量纲速度 V 的分布。图 3 分别为 $Ra=10^3$ 和 $Ra=10^7$ 两种情况下，不同宽高比腔体在 $x=L/2$ 处沿着 Y 方向的无量纲水平速度 U 的分布和在 $y=H/2$ 处沿着 X 方向的无量纲竖直速度 V 的分布情况。

由图 3 中可以看出，在 $Ra=10^3$ 的情况下，随着宽高比 A 的增大，水平分速度的波动范围呈先增大再减小（图 3 (a)）。当 $A=1.5$ 时，水平分速度的波动范围最大； $A=0.75$ 时与 $A=4$ 时的流动很相似， $A=0.75$ 时与 $A=1$ 时，宽高比差别不大，但两者的波动范围差别较大； $A=0.5$ 时，整场中竖直方向的流速最小。图 3 (c) 中同样存在相同的现象，随着宽高比 A 的增大，速度波动范围呈现先增大再

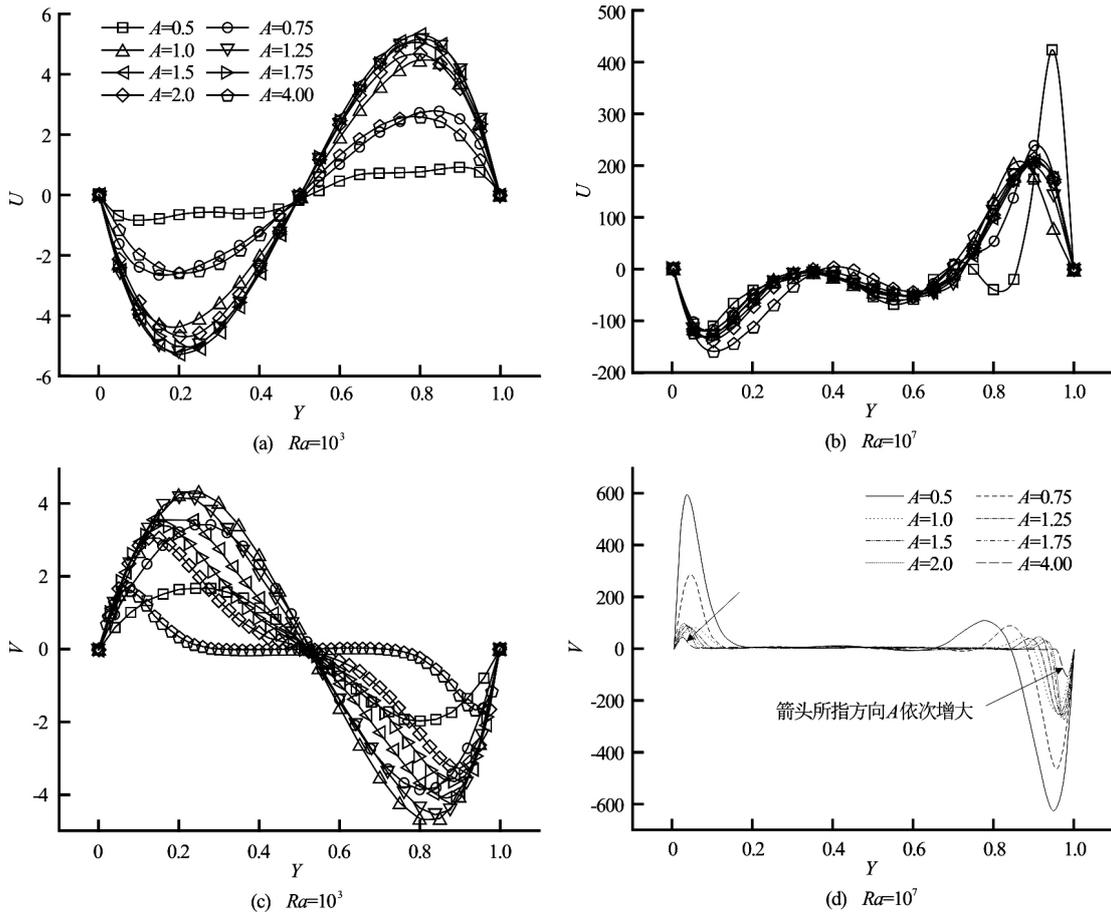


图 3 不同宽高比 A 的速度 U 和 V 的分布

Fig.3 Variations of velocity distribution U and V with different aspect ratios A

2.2 宽高比对流动的影响

对于腔体不同的宽高比 A 情况下，分别计算了 Ra 数 ($Ra=10^1-10^7$) 腔体的流动换热状况，详细模

减小，当 $A=1$ 时波动范围最大， $A=4$ 时只在左右壁面处有流速，其余部位的流动很小。在 $Ra=10^7$ 的情况下（图 3 (d)），随着宽高比 A 的增大，流动速

度逐渐减小, 且在靠近左右壁面处流动最为明显。两种不同的 Ra 数下, $Ra = 10^7$ 时的最大流速大约是 $Ra = 10^3$ 时最大流速的 100 倍, 且整场的流速有较大的提高, 流速提高的同时可导致腔体内的换热增强。

壁面有多孔介质腔体, 固体腔体代表左壁面有固体的腔体。图 4 为不同腔体的水平速度 U 分布。

与纯腔体相比, 左壁面有多孔介质时介质腔体流动速度趋于减弱且波动范围变小, 尤其当 $A = 0.5$ 时表现更为明显, 这是因为腔体左壁面多孔介质的

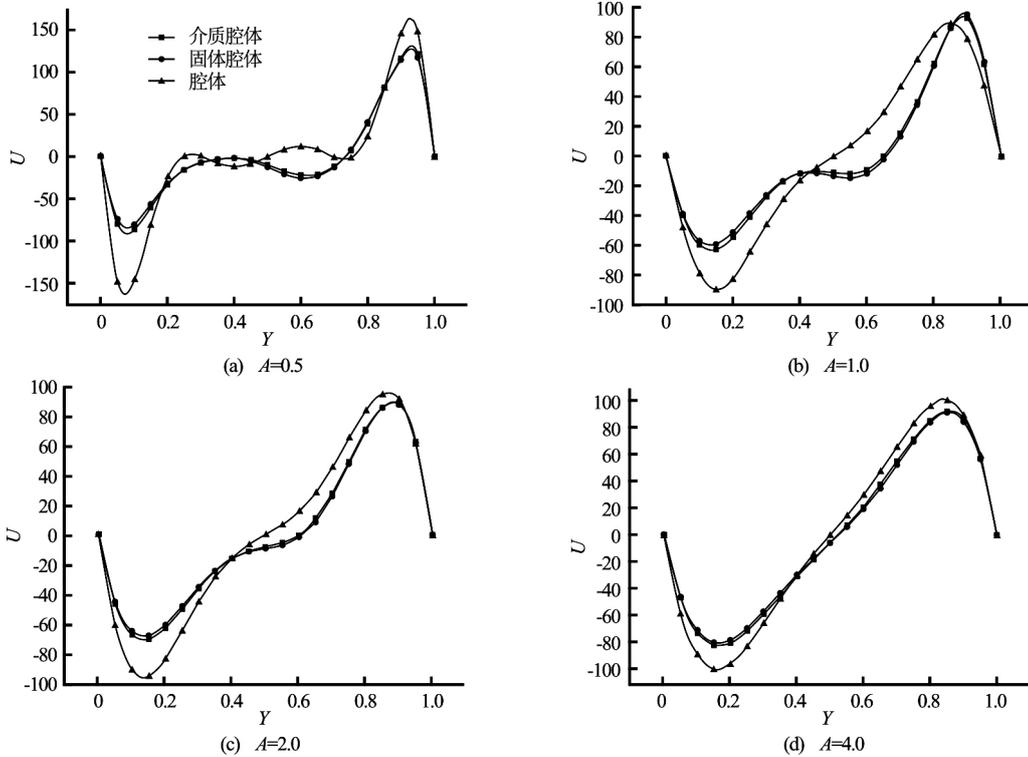


图 4 不同腔体的水平速度 U 分布

Fig.4 Distribution of horizontal velocity U with different cavities

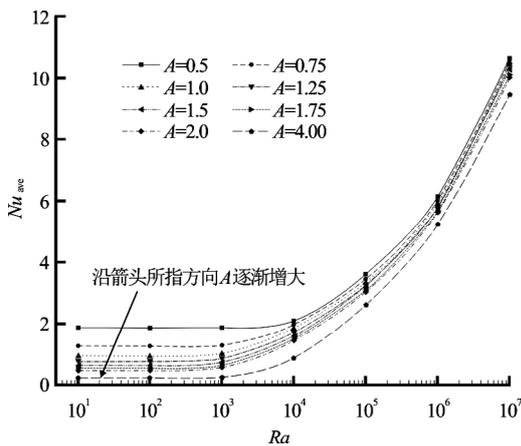


图 5 右壁面平均 Nu 数随 Ra 数的变化规律

Fig.5 Variations of average Nusselt number with Ra at different aspect ratios

为了定性分析左壁面的多孔介质对流场的影响, 模拟比较了左壁面为固体时多孔介质和纯腔体的自然对流传热。取 $Ra = 10^6$ 时, $x = L/2$ 沿 Y 方向的无量纲速度 U 为研究对象, 宽高比分别为 $A = 0.5$ 、 $A = 1$ 、 $A = 2$ 和 $A = 4$ 的情况。介质腔体是左

存在对流动起到了阻碍的作用。介质腔体与固体腔体相比, 两者的差异非常小, 介质腔体比固体腔体的流速稍大一些, 这表明多孔介质孔隙率对流动影响很小。随着 A 的增大, 腔体与介质腔体的流速越来越接近, 多孔介质区域占整个腔体的比例越来越小, 多孔介质对流场的影响也越来越小。

2.3 宽高比对腔体内换热影响

选取右壁面计算其壁面处的平均 Nu 数 Nu_{ave} 。图 5 为不同 Ra 数处的不同宽高比时右壁面的平均 Nu 数。图中的横坐标为 Ra 数, 随着 Ra 数的增大, 流动加强, 相同宽高比下腔体右壁面平均 Nu 数增大。在 Ra 为 $Ra = 10^3 - 10^4$ 时, 换热状况得到改善, 这时腔体内传热由导热占主导地位变为自然对流占主导地位, 并随着 Ra 数的继续增大, 换热强度也加强。换热状况改善时的 Ra 数随着宽高比 A 的增大而减小, 即长度长的腔体在 Ra 数比较小的时候其换热就得到了改善, 腔体宽高比越大, 其腔体内流速越大。但是随着宽高比的增大, 平均 Nu 数是逐渐减小的, 说明右壁面的换热变弱。当 Ra 数小于 10^3 时, 宽高比对 Nu 数的影响较大, 这是因为

在此 Ra 数下，腔体的传热主要为导热，左右壁面之间的距离越长导热热阻越大。随着 Ra 数的增大，腔体内的主要传热变为自然对流，此时不同宽高比下，腔体内的流场大致相同，宽高比的影响也趋于变小。

大趋势，但是 Nu 数的最大值随着宽高比的增大呈明显减小，亦使整个右壁面换热变弱。当 Ra 数小于 10^3 时， Nu 数增大不明显，主要是因为此时腔体内导热占主导地位；当 Ra 数大于 10^3 时， Nu 数在右壁上沿着高度方向明显增大，并随着 Ra 数的

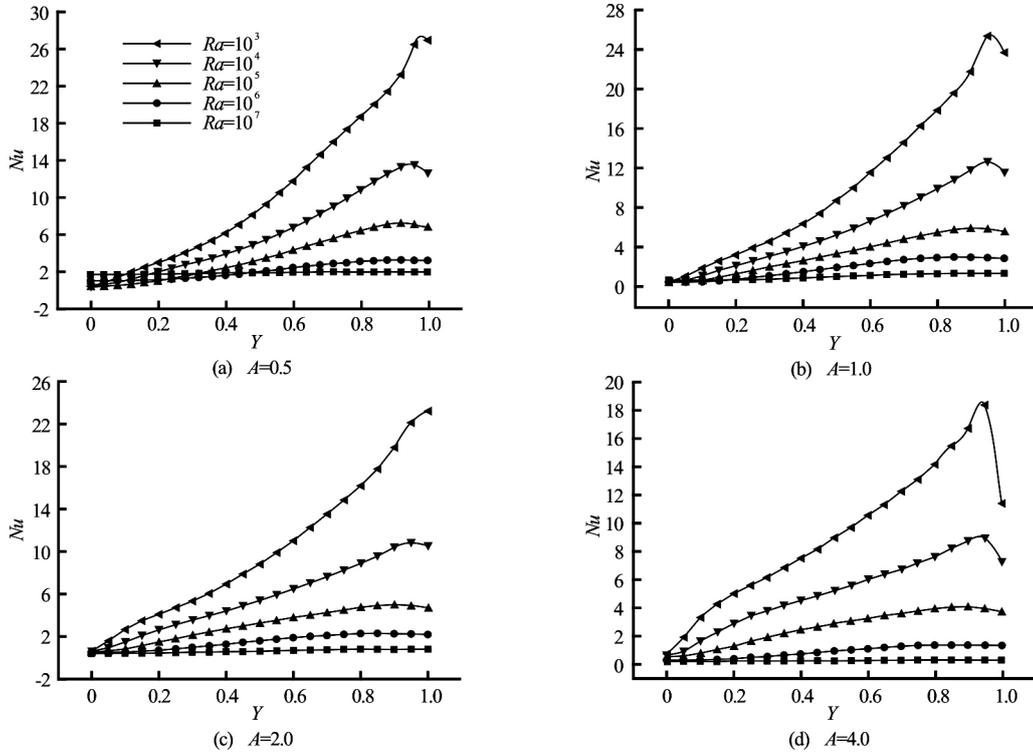


图 6 右壁面局部 Nu 数在不同 Ra 数下的变化规律

Fig.6 Variations of local Nusselt numbers of right wall at different Ra

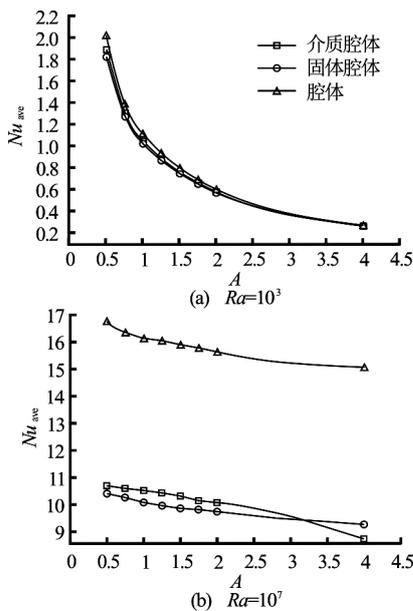


图 7 不同腔体的 Nu 数随 A 的变化规律

Fig.7 Nusselt numbers for different cavities and various A

图 6 为 $Ra = 10^6$ 时右壁面处沿着 Y 方向的局部 Nu 数的变化。随着高度的增加，局部 Nu 数也呈增

增大，右壁面换热更为剧烈。整体上来看， Ra 数等于 10^7 时的 Nu 数是 Ra 数为 10^6 时的两倍之多。换热较好的大部分区域处于高度 30% 处以上的区域，但在接近上壁面 95% 处以上区域， Nu 数又有变小的趋势，且变小的趋势随着 A 的增大变得更为明显。在腔体的右上角形成涡流致使此微小局部处流动换热状况变差，随着宽高比增大，这个换热减小的更为明显。在宽高比 $A=2$ 时， Nu 数下降的幅度比较小，此时换热的效果较好。

图 7 为三种腔体右壁面沿高度方向平均 Nu 数的变化情况。对于不同的 Ra 数，右壁面的平均 Nu 数随宽高比的增加减小的很明显，由 $A=0.5$ 变为 $A=1$ 时 Nu 数降低的幅度最大，随后降低幅度变小，如图 7 (a) 所示。三种腔体相比，固体腔体的传热最差、腔体的传热最好，但它们之间的差异并不明显。而右壁面的平均 Nu 数比 $Ra=10^3$ 时右壁面的平均 Nu 数大很多，如图 7 (b) 所示。平均 Nu 数随宽高比的增大减小的幅度很小，腔体的传热效果与固体腔体、介质腔体有很大的差异，平均 Nu 数比两者大很多。当宽高比大于 3 的时，介质腔体的 Nu 数小于固体介质腔体的 Nu 数，宽高比对这两种

腔体的传热有很大的影响。腔体左壁面部分的多孔介质在低 Ra 数对传热影响很小, 但随着 Ra 数的增大, 多孔介质的影响越来越显著。

3 结论

本文对左壁面含有离散多孔介质的腔体自然对流进行了数值模拟, 得出以下主要结论:

(1) 随着宽高比 A 的增大, 在低 Ra 数情况下腔体内的流动速度呈先增大再减小, 腔体中右壁面的 Nu 数逐渐减小的较为明显。在高 Ra 数情况下, 腔体内的流动速度一直减小, 腔体中右壁面的 Nu 数逐渐减小且幅度较小。

(2) 随着 Ra 数的增大, 当增大到 $Ra = 10^3$ 时, 腔体内的自然对流逐渐占据主导地位, 局部 Nu 数在右壁面沿着高度方向增大, 且在右壁面高度 95% 处达到最大值, 再往上的区域流动换热明显变小, 且随着宽高比的增大, 当 $A > 2$ 时 Nu 数减小的更为明显。对于此换热减小的区域, 改善此局部区域换热对于强化腔体换热有很大意义。

(3) 与不含介质腔体相比, 在低 Ra 数时, 左壁面部分的多孔介质对右壁面的换热影响很小, 在高 Ra 数时, 左壁面部分的多孔介质对右壁面的换热影响很大, 对传热产生了明显的阻力。随着 Ra 数的增大, 改变多孔介质内部结构、孔隙率对腔体内的流动、换热影响逐渐增大。在高 Ra 数下, 随着宽高比的 A 的增大, 左壁面部分多孔介质对腔体的流动的影响变小, 但对右壁面的传热影响还比较明显。

参 考 文 献:

[1] OLEG G M, PAVEL P K. Free-convective heat transfer[M]. New York, USA: Springer Berlin Heidelberg, 2005.

[2] ALLAN D K, ABDUL A, JAMES R W. Extended surface heat transfer[M]. New York, USA: John Wiley & Sons Inc., 2001.

[3] DONALD A N, ADRIAN B. Convection in porous media[M]. New York, USA: Springer-Verlag New York Inc., 2013.

[4] SAEID N H, POPI I. Transient free convection in a square cavity filled with a porous medium[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2004, 47(8-9): 1917-1924.

[5] YEDDER R B, BILGEN E. Laminar natural convection in inclined enclosures bounded by a solid wall[J]. Heat and Mass Transfer, 1997, 32(6): 455-462.

[6] BAYTAS A C, LIAQAT A. Conjugate natural convection in a square porous cavity[J]. Heat and Mass Transfer, 2001, 37(4-5): 467-473.

[7] VAROL Y, KOCA A, HAKAN F O. Natural convection in a triangle enclosure with flush mounted heater on the wall[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2006, 33(8): 951-958.

[8] OBAYEDULLAH M, CHOWDHURY M M K. MHD natural convection in a rectangular cavity having internal energy sources with non-uniformly heated bottom wall[J]. Procedia Engineering, 2013, 56: 76-81.

[9] 董韶峰, 李荫堂, 刘艳华. 涡量-流函数法模拟不同宽高比和角度的腔内自然对流[J]. 低温与特气, 2003, 21(6): 16-21.

DONG Shao-feng, LI Yin-tang, LIU Yan-hua. Simulation of the natural convection in a closed cavity with vortex-stream function method[J]. Low Temperature and Specialty Gases, 2003, 21(6): 16-21.

[10] MARKATOS N C, PERICLEOUS K A. Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1984, 27(5): 755-772.

[11] VAHL DAVIS G D. Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1983, 3(3): 249-264.

[12] FUSEGI T, HYUN J M, KUWAHARA K, et al. A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1991, 34(6): 1543-1557.

[13] 李光正. 非定常流函数涡量方程的一种数值解法的研究[J]. 力学学报, 1999, 31(1): 10-20.

LI Guang-zheng. Study of one numerical method for solving the unsteady equations of stream and vorticity functions[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 1999, 31(1): 10-20.