土木与环境工程学报(中英文) Journal of Civil and Environmental Engineering ISSN 2096-6717,CN 50-1218/TU

## 《土木与环境工程学报(中英文)》网络首发论文

题目:	基于车桥振动的桥梁振型识别及主梁挠度计算方法			
作者:	<b>元兴军</b> , <b>元圣</b> , 王珊珊, 丁晓岩			
收稿日期:	2021-06-08			
网络首发日期:	2021-11-20			
引用格式:	亓兴军, 亓圣, 王珊珊, 丁晓岩. 基于车桥振动的桥梁振型识别及主梁挠度			
	计算方法[J/OL]. 土木与环境工程学报(中英文).			
	https://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1218.TU.20211118.1728.002.html			



## www.cnki.net

网络首发:在编辑部工作流程中,稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶 段。录用定稿指内容已经确定,且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期 刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件,可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出 版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出 版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定;学术研究成果具有创新性、科学性和先进性,符合编 辑部对刊文的录用要求,不存在学术不端行为及其他侵权行为;稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、 出版的技术标准,正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。 为确保录用定稿网络首发的严肃性,录用定稿一经发布,不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认:纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约,在《中国 学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版,以单篇或整期出版形式,在印刷 出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出 版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z),所以签约期刊的网络版上网络首 发论文视为正式出版。 土木与环境工程学报(中英文) Journal of Civil and Environmental Engineering

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2021.196

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## 基于车桥振动的桥梁振型识别及主梁挠度计算方法

元兴军<sup>1</sup>, 元圣<sup>1</sup>, 王珊珊<sup>2</sup>, 丁晓岩<sup>2</sup>

(1. 山东建筑大学 交通工程学院, 济南 250101; 2. 山东高速集团有限公司, 济南 250098)

# Vibration mode identification of bridge girder and deflection calculation of main girder based on vehicle-bridge vibration

QI Xingjun<sup>1</sup>, QI Sheng<sup>1</sup>, WANG Shanshan<sup>2</sup>, DING Xiaoyan<sup>2</sup>

(1. School of Traffic Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, P. R. China;

2. Shandong Hi-speed Co., Ltd, Jinan 250098, P. R. China)

Abstract: According to the basic principle of bridge indirect measurement, the finite element model of vehicle-bridge coupled vibration is established for a three-span continuous girder bridge. The time-history response of the vertical acceleration is extracted when the vehicle passes the bridge at a constant speed. The central difference method is used to calculate the time history response of the contact point acceleration. The first three frequencies of the bridge are identified by the peak picking method. The bandpass filtering technology is used to extract the component response related to the bridge frequency from the vertical acceleration response of the contact points, the first three modes of the bridge are obtained by Hilbert transform. The identified mode shapes are compared with the finite element theoretical mode shapes. The results show that the change of vehicle mass has no obvious effect on modal identification. Although the low speed is unfavorable to the mode identification can be ensured by selecting the appropriate speed. Based on the finite element model of the bridge, the mass of the identified modes is normalized, the test displacement flexibility

作者简介: 亓兴军(1974-), 男, 博士, 教授, 主要从事桥梁快速评估与健康监测研究, E-mail: qxj123@163.com。

Received: 2021-06-08

收稿日期: 2021-06-08

基金项目: 山东省交通运输厅科技计划(2020B69): 山东省高等学校土木结构防灾减灾协同创新中心项目(XTM201904)

Foundation items: Science and Technology Plan Project of Shandong Provincial Department of Transportation (No.2020B69); Project of Collaborative Innovation Center for Disaster Prevention and Mitigation of Civil Structure in Institutions of Higher Learning of Shandong Province (No. XTM201904)

Author brief: QI Xingjun (1974-), PhD, professor, main research interests: rapid evaluation and health monitoring of bridges, E-mail: qxj123@163.com.

matrix of the main girder is calculated, and the standard load test scheme of the bridge is designed. The flexibility matrix was used to predict the deflection of the main girder under the test load, and compared with the theoretical deflection. The results show that the errors of predicted deflection and theoretical deflection meet the requirements of engineering accuracy.

**Keywords:** vehicle-bridge coupling vibration; indirect measurement; vibration mode identification; flexibility matrix; predicted deflection

桥梁作为交通设施互联互通的关键点和枢纽 工程,是国民经济发展和社会生活安全的重要保障 <sup>[1-3]</sup>。桥梁的模态参数(桥梁的频率、振型等)是反 映桥梁特性的重要动力指标,常被用来进行桥梁的 损伤识别和状态评估<sup>[4-5]</sup>。

根据车桥耦合理论和间接测量法原理进行模 态参数的识别是一种高效快速的识别方法,Yang 等16在首先提出了模态参数的间接测量法——利用 过桥车辆识别桥梁结构的模态参数。推导出了理论 解析解并通过数值模拟方法验证了理论的正确性。 通过分析检测车垂直方向的响应,即可得出桥梁的 频率信息,从而规避了车桥耦合时变系统有载频率 变化的限制[7]; 陈上有等[8]通过模拟移动小车, 分 析了桥梁阻尼比、车体弹簧刚度和阻尼、车桥质量 比、车辆移动速度和加速度以及路面不平顺等参数 对桥梁基频识别效果的影响;谢天宇[9]利用间接测 量法识别出了简支梁桥的前三阶振型,并从理论上 研究了考虑车辆阻尼、测量车非匀速行驶对桥梁间 接测量效果的影响。前人对间接测量法的研究多集 中于简支梁桥基频的识别,对桥梁结构振型的研究 相对较少。随着振动测试技术的不断发展,如何快 速地识别模态参数进行既有桥梁工作状态的评估 是研究的热点。目前,主要通过动载试验获取桥梁 结构的自振频率、阻尼和冲击系数,与理论值进行 比较,从而对桥梁整体刚度进行定性评价[10],但动 载试验需要大量价格昂贵的加速度传感器来获取 桥梁的模态信息,且试验过程较为繁琐复杂[11]。

笔者提出一种基于车桥振动的桥梁振型识别 及主梁挠度计算方法,无需安装大量传感器,利用 过桥车辆快速地识别桥梁的模态参数,结合已知静 荷载计算结构的模态挠度,从而代替实测静挠度, 应用于桥梁的承载能力状态评估中。选用实际工程 中的三跨连续梁桥为研究对象,提取车辆过桥时车 体的竖向加速度,利用中心差分法得到接触点加速 度时程响应,运用快速傅里叶变换、峰值拾取法、 希尔伯特转换等手段,识别的桥梁前三阶模态参数, 计算主梁的测试位移柔度矩阵,从而求得试验荷载 作用下主梁控制截面的预测挠度。

### 1 车桥耦合模型

通过 ANSYS 软件建立车桥耦合振动模型,利 用瞬态动力分析模块,模拟车辆行驶过桥。建立车 辆和桥梁模型后,基于分离法原理与车辆动力学理 论利用 ANSYS 中约束方程实现任意时刻车轮与桥 面接触点的位移协调关系。

车辆在桥上满足车辆与桥面紧密接触,无跳起现象且为点接触,所以任意时刻车轮点的竖向位移 y<sub>u</sub>、车轮点对应位置的桥面竖向位移y<sub>qu</sub>与桥面不 平整度r<sub>i</sub>之间的位移协调关系为

$$y_{il} - y_{qil} - r_{li} = 0$$
 (i=1,2,3.....) (1)

#### 1.1 车辆建模

在 ANSYS 中建立单轴车辆模型,主要利用 COMBIN14 单元<sup>[12]</sup>和 MASS21 单元<sup>[12]</sup>。

由于车桥耦合振动的复杂性,建模之前先对车辆模型作出如下假设<sup>[13-15]</sup>:

1) 车体为刚性, 左右对称;

2) 测试车辆匀速通过桥梁;

3) 仅考虑测试车辆所受竖向力,不考虑横向力;

4) 车辆与桥面之间紧密接触, 没有起跳现象。

基于以上假设,采用单轴四分之一车辆,模型 简图如图1所示。



Fig.1 One-axle quarter car model

单轴四分之一车辆模型不考虑各个方向的转 动,只考虑车辆的竖向振动和桥梁的弯曲振动。由 拉格朗日方程,车辆的振动约束方程[16]为

$$m_{v} \ddot{q}_{v} + c_{v} \dot{q}_{v} + k_{v} q_{v} = -F_{v}^{\text{int}}$$
(2)

式中:  $m_v$ 为簧上质量;  $q_v$ 为簧上质量的竖向位移;  $q_v$ 为车辆悬挂系统的阻尼, 一般忽略; k为车辆悬挂的刚度;  $-F_v^{int}$ 为车辆上的接触力。

#### 1.2 桥梁建模

采用 BEAM4 建立跨径为 20m+25m+20m 的三跨 连续梁桥有限元模型,全桥采用 C50 混凝土,弹性 模量  $E = 3.45 \times 10^4 MPa$ ,桥梁的横断面如图 2 所示。



图 2 桥梁横断面图(单位: cm)

Fig.2 Cross section of the bridge (Unit:cm) 桥梁相关参数如表 1 所示。

表1 桥梁结构参数

Table1 Structural parameters of bridge

桥梁跨径	单位长度质	截面惯	截面面 弹性模
/m	量/ (kg·m <sup>-1</sup> )	性矩/m <sup>4</sup>	积/m <sup>2</sup> 量/GPa
20+25+20	9 571.5	0.880 5	3.545 3.45

单轴四分之一车辆匀速通过桥梁,其模型如图 3 所示。

mv₽ ≸Kω

图 3 车辆过桥模型

Fig.3 Model of vehicles crossing the bridge 使用以上桥梁参数,在 ANSYS 建立桥梁模型,得到的桥梁自振频率与振型特性见表 2。

表 2 桥梁自振频率与振型特性

Table 2 Natural vibration frequency and vibration

mode characteristics of the bridge				
阶数	频率/Hz	周期/s	振型特性	
1	5.653 3	0.176 8	全桥对称竖弯	
2	8.618 4	0.116 0	全桥反对称竖弯	
3	10.612	0.094 2	全桥对称竖弯	

桥梁前三阶理论振型如图4所示。



Fig.4 First three order theoretical formation

## 2 主梁振型识别及柔度矩阵计算

#### 2.1 车桥接触点加速度获取

根据间接测量法的理论<sup>[17]</sup>,将车辆简化为一个 集中质量*m*<sub>v</sub>,由一个刚度为*k*<sub>v</sub>的弹簧支承,以恒 定速度**v**移动,车辆为单轴车辆模型,图 5 为车桥 相互作用模型。



图 5 车桥相互作用(VBI)模型 Fig.5 Vehicle-bridge interaction (VBI) model

在忽略阻尼影响下,车辆的运动方程为

$$m_{v} \ddot{y}_{v} + k_{v} (y_{v} - u_{c}) = 0$$
(3)

式中: *y*,为车辆本身的垂直位移; *u*。为移动车辆 和梁之间接触点的位移;点表示对时间*t*求导。注 意,车辆位移从静态平衡位置测量。

忽略阻尼影响下,梁的位移方程式为

$$m\ddot{u} + EIu^{m} = \left[k_{v}(y_{v} - u_{c}) - m_{v}g\right]\sigma(x - vt)$$
(4)

式中:m为单位质量;E是弹性模量;I为转动惯量; g为重力加速度; $\sigma$ 为狄克拉函数,并且一个"'" 表示对位置坐标x求导。

梁的位移 u 能够代表模态响应之和<sup>[18]</sup>。

$$u = \sum_{n} \left[ q_{bn}(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \right]$$
(5)

式中:  $q_{bn}$ 为梁的模态位移,且接触点位移包括 $u_c = u \mid_{x=vt}$ 。

将车辆频率 ø, 和桥梁的第 n 阶频率 ø, 表示为

$$\omega_{v} = \sqrt{\frac{k_{v}}{m_{v}}}$$
(6)
$$\omega_{bn} = \frac{n^{2} \pi^{2}}{L^{2}} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$
(7)
经推导化简得接触点加速度

$$\ddot{u}_{c} = \sum_{n} \frac{\Delta_{sm}}{(1-S_{n}^{2})} \begin{cases} \left(\frac{2n\pi\nu}{L}\right)^{2} \cos\frac{2n\pi\nu t}{L} + \\ S_{n} \left[ \left(\omega_{bn} - \frac{n\pi\nu}{L}\right)^{2} \cos\left(\omega_{bn} - \frac{n\pi\nu}{L}\right) t \\ - \left(\omega_{bn} + \frac{n\pi\nu}{L}\right)^{2} \cos\left(\omega_{bn} - \frac{n\pi\nu}{L}\right) t \end{bmatrix} \end{cases}$$
(8)

由式(8)可知接触点加速度不包含车辆频率,因 此在识别桥梁基本信息时,车辆频率被排除在外。 由于接触点加速度不能直接测量,所以可先采集车 辆竖向加速度时程响应数据,通过对车辆加速度进 行中心差分,得到接触点加速度。

根据公式(3),对时间 *t* 进行二次求导,考虑到 车辆加速度是离散数据,再结合中心差分法,接触 点加速度为

$$\ddot{u}_{c} = \ddot{y}_{v} + \frac{d^{2} \ddot{y}_{v}}{\omega_{c}^{2} dt^{2}}$$
(9)

$$\frac{d^2 \ddot{y}_v}{dt^2} = \frac{\ddot{y}_v|_{i+1} - 2\ddot{y}_v|_i + \ddot{y}_v|_{i-1}}{\Delta_t^2}$$
(10)

#### 2.2 主梁振型识别

#### 2.2.1 车重对振型识别的影响

为探究不同车重对振型识别的影响,在车速为 2 m/s 条件下,利用 ANSYS 分别提取测试车质量为 1 000、2000、5 000 kg 时车体的竖向加速度进行中 心差分,计算接触点的竖向加速度,采用快速傅里 叶变换处理得到的加速度时程信号,进行频谱分析。 图 6 为车体质量 m 为 1 000、2 000、5 000 kg 时对 应的接触点加速度频谱图。





由3种车重下的加速度频谱图可以看出,随着 车体质量的增加,频谱图中的加速度峰值会增大, 但仍然只能识别到前三阶频率,分别对3种车重下 的识别频率与理论频率进行误差分析。表3为误差 对比结果。

表 3 前三阶频率识别误差

Table 3 First three order frequency identification error					
车重	模态	理论频率	识别频率	误差	
/kg	阶次	/Hz	/Hz	/%	
	1	5.65	5.60	0.9	
1000	2	8.62	8.42	2.4	
	3	10.61	10.24	3.5	
2000	1	5.65	5.60	0.9	
	2	8.62	8.42	2.4	
	3	10.61	10.24	3.5	
	1	5.65	5.60	0.9	
5000	2	8.62	8.42	2.4	
	3	10.61	10.24	3.5	

结果表明,3种不同车重下识别的前三阶频率 值和误差值没有变化,均能较好地识别前三阶频率。

利用汉宁窗函数和带通滤波技术相结合的方 法截取桥频分量响应,利用截取的桥频分量及其希 尔伯特变换构造出与桥梁固有频率相对应的振型, 图 7~图9分别为车体质量m为1000、2000、5000 kg 时识别的桥梁前三阶振型。





(C)三所识别振至

图 7 m 为 1 000 kg 前三阶识别振型

Fig.7 The first three identification formation of m=1~000 kg



Fig.8 The first three identification formation of m=2 000 kg





#### 表4 3种车重下对应的振型 MAC 值

Table 4	Formation	MAC	values	under	the	three	vehicle	weights
---------	-----------	-----	--------	-------	-----	-------	---------	---------

振型阶数	1 000 kg	2 000 kg	5 000 kg
一阶识别	0.994 1	0.993 9	0.993 9
二阶识别	0.987 5	0.987 5	0.987 5
三阶识别	0.848 3	0.848 1	0.848 0

由表 4 可知, 3 种车重下识别振型的 MAC 值 几乎相同,车体质量的改变对于振型识别的影响并 不明显,且车速为 2 m/s 时,3 种车重下识别的第 三阶振型精度较差。

#### 2.2.2 车速对振型识别的影响

在测试车重为1000 kg条件下,分别提取车速 为 v 为 2、4、8 m/s 对应的平整桥面状态下车体的 竖向加速度时程响应,结合接触点加速度的相关理 论,计算接触点的加速度,图 10 为不同车速下接 触点加速度时程响应。





#### three speeds

得到接触点加速度时程响应后,采用快速傅里 叶变换处理所记录的加速度时程信号,分析其频域 分布。图 11 为车辆速度 v 为 2、4、8 m/s 对应的接 触点加速度频谱图。

\_\_\_\_





观察3种车速下的加速度频谱图,可以看出车 速为2m/s时只能识别到前三阶频率,车速为4m/s 和8m/s时可以识别到更高阶频率,分别对3种车 速下识别到的频率与理论频率进行误差分析。表5 为误差分析结果。

衣) 刖二所列半识别厌z	É
--------------	---

Tables First three order frequency identification error
---

车速/	模态	理论频率	识别频率	误差
(m·s <sup>-1</sup> )	阶次	/Hz	/Hz	/%
	1	5.65	5.60	0.9
2	2	8.62	8.42	2.4
	3	10.61	10.24	3.5
4	1	5.65	5.63	0.4
4	2	8.62	8.59	0.4

	3	10.61	10.52	0.8	
	1	5.65	5.66	0.2	
8	2	8.62	8.62	0	
	3	10.61	10.58	0.3	

结果表明,路面平整状态下,车速为 4 m/s 和 8 m/s 时,均能精确地识别到桥梁的前三阶频率, 而车速为 2 m/s 时无法达到较高的识别精度,原因 是低车速下,频谱图中的桥梁频率信号较弱,增大 了识别误差。

识别到桥梁频率后,利用汉宁窗函数和带通滤 波技术相结合的方法截取桥频分量响应,利用截取 的桥频分量及其希尔伯特变换构造出与桥梁固有 频率相对应的振型,图 12~图 14 分别为车速 v=2、 4、8 m/s 时识别的桥梁前三阶振型。



Fig.12 The first three identification formation of v=2 m/s





(a)一阶识别振型



(c) 三阶识别振型 图 14 v 为 8 m/s 前三阶识别振型

Fig.14 The first three identification formation of v=8 m/s

为了判断识别振型的准确性,需要计算 MAC 值,通过 MAC 值大小就可以准确直观地看出识别 振型和理论振型的接近程度,MAC 值越接近 1,识 别的振型精确度越高。表 6 为 3 种车速下前三阶识 别振型对应的 MAC 值。

表 6 3 种车速下对应的振型 MAC 值

Table 6 Formation MAC values at three spee	ds
--	----

振型阶数	v=2 m/s	v=4 m/s	v=8 m/s
一阶识别	0.994 1	0.999 5	0.996 3
二阶识别	0.987 5	0.997 2	0.999 2
三阶识别	0.848 3	0.996 4	0.998 1

由表 6 可知,车速为 2 m/s 时,桥梁振型识别 精确度比车速为 4/s、8 m/s 时桥梁振型识别精度差, 结合图 11 中 3 种车速下的频谱图可以得出结论:频 谱图中可识别的频率阶数越高,识别振型与理论 振 型就更加拟合,计算得到的 MAC 值也越高,但 是 车速较高会导振型图畸变,因此振型识别要控制 合 理的车速。

## 2.3 主梁柔度矩阵计算

根据振型的正交性

$$\begin{cases} diag(\boldsymbol{M}_{i}) = \boldsymbol{\phi}^{T} \boldsymbol{M} \boldsymbol{\phi} \\ diag(\boldsymbol{C}_{i}) = \boldsymbol{\phi}^{T} \boldsymbol{C} \boldsymbol{\phi} \\ diag(\boldsymbol{K}_{i}) = \boldsymbol{\phi}^{T} \boldsymbol{K} \boldsymbol{\phi} \end{cases}$$
(11)

式中:  $\phi$  为位移振型矩阵,  $\phi = \phi_1 \phi_2 \phi_3 \dots \phi_i$ ,  $\phi_i$  为对 应的第*i*阶振型向量。

由式(11)可知,识别的结构任意位移振型 ,满 足正交性条件,可对结构的质量矩阵和刚度矩阵按 照公式(12)或式(13)所示进行对角化。

$$\begin{cases} \boldsymbol{\phi}^{T} \boldsymbol{M} \boldsymbol{\phi} = diag(\boldsymbol{m}_{i}) \\ \boldsymbol{\phi}^{T} \boldsymbol{K} \boldsymbol{\phi} = diag(\boldsymbol{k}_{i}) \end{cases}$$
(12)

$$\begin{cases} \boldsymbol{\phi}_i^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\phi}_i = \boldsymbol{m}_i \\ \boldsymbol{\phi}_i^T \boldsymbol{K} \boldsymbol{\phi}_i = \boldsymbol{k}_i \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3, 4...n) \tag{13}$$

对第*i*阶模态,当存在位移振型 $\overline{\phi_i}$ ,满足  $\overline{\phi_i}^T M \overline{\phi_i} = m_i = 1$ 时,称 $\overline{\phi_i}$ 为质量归一化位移振型,相 应的振型矩阵 $\overline{\phi}$ 为质量归一化位移振型矩阵。

结构的质量矩阵是确定的,其对应的某阶质量 归一化位移振型也是确定的。通过模态特征值分析 计算或进行模态分析识别的位移振型**\eta**<sub>*i*</sub> 不一定刚好 就是质量归一化的位移振型,其与对应的质量归一 化位移振型**\eta**<sub>*i*</sub>之间存在比例系数*a*<sub>*i*</sub>,如式(14)所示。

$$\overline{\mathbf{\phi}}_i = \frac{\mathbf{\phi}_i}{a_i} \tag{14}$$

将式 (14) 代入 $\overline{\phi_i}^T M \overline{\phi_i} = 1$ 可以求得比例系数  $a_i$ 

为

$$a_i = \sqrt{\boldsymbol{\phi}_i^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\phi}_i} \tag{15}$$

将质量归一化的位移振型矩阵代入式(12)得

$$\left| \overline{\phi}^{T} M \overline{\phi} = diag(\overline{m}_{i}) = I \left| \overline{\phi}^{T} K \overline{\phi} = diag(\overline{k}_{i}) \right|$$

$$(16)$$

$$\boldsymbol{K} = \left(\boldsymbol{\overline{\phi}}^{T}\right)^{-1} diag\left(\boldsymbol{\overline{k}}_{i}\right) \left(\boldsymbol{\overline{\phi}}\right)^{-1}$$
(17)

结构的位移柔度矩阵 F<sup>#</sup> 是刚度矩阵的逆矩阵, 如式(18)所示。

$$\boldsymbol{F}^{d} = \boldsymbol{K}^{-1} = \overline{\boldsymbol{\phi}} diag\left(\frac{1}{\overline{\boldsymbol{k}}_{i}}\right) \overline{\boldsymbol{\phi}}^{T}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{\overline{\boldsymbol{\phi}}_{i} \overline{\boldsymbol{\phi}}_{i}}{\overline{\boldsymbol{k}}_{i}}^{T}$$
(18)

式中: d为该参数属于位移。

模态质量 $\overline{m}_i$ 、模态刚度 $\overline{k}_i$ 和固有频率 $w_i$ 之间 关系为

$$\boldsymbol{w}_i = \sqrt{\frac{\boldsymbol{k}_i}{\boldsymbol{\overline{m}}_i}} \tag{19}$$

与质量归一化位移振型 $\overline{\phi}_i$ 对应的 $\overline{m}_i = 1$ ,所以  $\overline{k}_i = w_i^2$ ,将其代入式(18)得到最终的位移柔度矩阵 计算式为

$$\boldsymbol{F}^{d} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\overline{\boldsymbol{\phi}_{i}} \overline{\boldsymbol{\phi}_{i}}^{i}}{\boldsymbol{w}_{i}^{2}}$$
(20)

式中:  $\bar{\phi}_i$  为第*i*阶质量归一化位移振型;  $w_i$  为第*i*阶 固有频率; n为总的识别模态阶数。

基于有限元法提取主梁质量矩阵,完成识别振型的质量归一化。利用公式(20)计算主梁的测试 位移柔度矩阵。由于传感器是沿三跨连续梁顺桥向 布置,所以位移柔度矩阵的三维曲面图有3个明显 的峰值,最大峰值点对应桥梁各跨的跨中,与该连 续梁桥的变形物理意义相一致,图15为3种车速下 的柔度矩阵三维图。







(b)v=4 m/s



(C)v-s m/s 图 15 3 种车速下的柔度矩阵三维图 Fig.15 Three-dimensional diagram of flexibility matrix at three speeds

#### 3 计算预测挠度

依据《公路桥梁荷载试验规程》设计桥梁标准 荷载试验方案,采用3辆30t的三轴车对连续梁桥 第二跨进行中载工况的加载,计算静载试验的荷载 效率,以确定试验车布置方式。荷载效率η<sub>q</sub>按式(21) 计算, 宜介于 0.95~1.05 之间。

$$\eta_q = \frac{S_s}{S(1+\mu)}$$

(21)

式中:S,为某一加载试验项目对应的加载控制截面 内力或位移的最大计算效应值;S为控制荷载产生 的同一加载控制截面内力或位移的最不利效应计 算值; $\mu$ 为冲击系数值, $\mu$ =0.17671lnf-0.0157, 其中f为结构基频。

加载车布置方式如图 16 所示。





利用主梁的测试位移柔度矩阵计算在试验荷 载作用下主梁的预测挠度。计算时需要对车辆荷载 进行节点等效荷载分配,按照等效荷载的原则将车 轮力分配到柔度矩阵的计算节点上<sup>[19-20]</sup>。利用有限 元软件提取试验荷载下的理论挠度,预测挠度和理 论挠度对比如图 17 所示,各跨控制截面挠度值对 比见表 7~表 9。



图 17 不同车速下各测点预测挠度

Fig.17 Predicted deflection of each measuring point at different





控制截	理论挠度	预测挠度	相对误	平均误
面	/mm	/mm	差/%	差/%
第一跨	1.18	1.48	26.0	
第二跨	-3.92	-3.22	17.8	21.6
第三跨	1.40	1.69	20.9	

表 8 v=4 m/s 对应的误差

Table 8	The corres	ponding	error	of v=4	m/s
14010 0		pononig			

控制截	理论挠度	预测挠度	相对误差	平均误差
面	/mm	/mm	/%	/%
第一跨	1.18	1.22	4.2	
第二跨	-3.92	-3.85	1.8	4.2
第三跨	1.40	1.49	6.6	

表 9 v=8 m/s 对应的误差

Table 9 The corresponding error of v=8 m/s
--

控制截	理论挠度	预测挠度	相对误差	平均误差
面	/mm	/mm	/%	/%
第一跨	1.18	1.07	8.7	
第二跨	-3.92	-3.78	3.6	5.1
第三跨	1.40	1.36	3.1	

比较 3 种工况下预测挠度与理论挠度,车速为 2 m/s 时误差较大,平均误差达到了 21.6%,车速为 4 m/s 和 8 m/s 时平均误差在 5%左右,结果较为准 确。这是由于车速过低时频谱图中的高阶桥梁频率 信号较弱,导致识别振型与理论振型产生偏差,柔 度矩阵计算误差增大,预测的挠度不够精确。如果 选择合适的车速,便可以较好地识别到桥梁的高阶 振型并且保证识别精度,最终预测挠度与理论挠度 也会较为拟合。

#### 4 结论

 基于车桥耦合振动间接测量法,利用前三 阶模态参数计算在静载试验荷载作用下的预测挠 度,与静载理论挠度相比较,在车速适宜的条件下, 预测挠度与理论挠度的平均误差基本满足工程精 度的要求,说明基于间接测量法的预测挠度能够有 效代替静载试验挠度,可以应用于桥梁承载能力状 态的评估。

2)基于间接测量法进行主梁挠度预测要选择 合适的车速。车速过低时频谱图中的高阶桥梁频率 信号较弱,振型的识别精度大大降低,导致预测挠 度与理论挠度误差增大。车速过高识别的振型也会 发生畸变,对预测挠度的精度同样不利。

3)通过试验车方便快捷地测得桥梁的振动信息,识别桥梁结构的前三阶模态参数,计算静载试验荷载作用下主梁控制截面的模态挠度,与静载试验的有限元理论挠度对比,证明了基于车桥耦合振动的静载试验法的有效性。

## 参考文献

[1] 范立础. 桥梁工程[M]. 3 版. 北京: 人民交通出版社, 2017.

FAN L C. Bridge Engineering [M]. 3rd edition. Beijing: People's Communications Press,2017.

- U.S. Department of Transportation. National transportation statistic 2015-Bureau of Transportation Statistics [R].
   Washingtion, DC: U. S. Department of Transportation, 2015.
- [3] Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism. White paper on Land, infrastructure, transport and tourism in Japan [R]. Tokyo, Janpan: Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism. 2013.
- [4] CARDEN E P, FANNING P. Vibration based condition monitoring: A review [J]. Structural Health Monitoring, 2004, 3(4): 355-377.
- [5] REN W X, DE ROECK G. Structural damage identification using modal data. I: simulation verification [J]. Journal of Structural Engineering, 2002, 128(1): 87-95.
- [6] YANG Y B, LIN C W, YAU J D. Extracting bridge

frequencies from the dynamic response of a passing vehicle [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 272(3-5): 471-493.

[7] 杨永斌.非传统思维的桥梁监测法[J].桥梁, 2015, 66(4): 34-36.

YANG Y B. Bridge non-traditional monitoring method [J]. Bridge, 2015, 66(4): 34-36.

- [8] 陈上有,夏禾.从过桥车辆响应中识别桥梁结构基本自振频率的方法[J]. 工程力学,2009,26(8):88-94.
  CHEN S Y, XIA H. An identification method for fundamental frequency of bridge from dynamic responses due to passing vehicle [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(8): 88-94. (in Chinese)
- [9] 谢天宇. 桥梁动态讯息间接测量法的多种工况分析研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2017.

XIE T Y. A study on the working conditions analysis for the bridge indirect measurement method [D]. Chongqing: Chongqing University, 2017. (in Chinese)

[10] 姜鸿,彭浪.基于频率的桥梁承载能力力快速评价方法研究[J]. 公路交通科技(应用技术版), 2020, 16(2):
 236-239.

JIANG H, PENG L. Research on rapid evaluation method of bridge bearing capacity based on frequency [J]. Highway Traffic Science and Technology (Applied Technology Edition), 2020, 16(2): 236-239. (in Chinese)

[11] 李焕兰. 简支梁桥损伤状态下车桥耦合动态响应分析[D]. 大连: 大连海事大学, 2015.

LI H L. Dynamic response analysis of vehicle-bridge coupling under damaged state of simply supported girder bridge [D]. Dalian, Liaoning: Dalian Maritime University, 2015. (in Chinese)

- [12] Guide to ANSYS User Programmable Features [M]. SAS IP, Inc, 1998.
- [13] 刘世忠. 双层公路钢桁梁桥车桥耦合振动研究[D]. 西安: 长安大学, 2015.
  LIU S Z. Research on vehicle-bridge coupling vibration of double layer highway steel truss beam [D]. Xi'an: Chang'an
- [14] 王希. 由车辆响应识别桥梁固有频率的方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2009.

University, 2015. (in Chinese)

WANG X. Research on natural frequency identification method of bridge based on vehicle response [D]. Changsha: Central South University, 2009.

[15] 杨晓天. 桥面不平整下连续梁桥频率的间接识别[D]. 济南: 山东建筑大学, 2019.

YANG X T. Frequency identification of continuous bridge based on indirect method considering the uneven deck [D]. Jinan: Shandong Jianzhu University, 2019. (in Chinese)

[16] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2003.

LI G H. Structure stability and vibration of bridges [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2003. (in Chinese)

- [17] YANG Y B, ZHANG B, QIAN Y, et al. Contact-point response for modal identification of bridges by a moving test vehicle [J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2018, 18(5): 1850073.
- [18] BIGGS J M. Introduction to structural dynamics [M]. New York, NY USA: McGraw-Hill College, 1964.
- [19] 陈钊. 车轮冲击力测量与桥梁性能快速评估[D]. 南京: 东南大学, 2017.

CHEN Z. Tire force measurement and rapid bridge test [D]. Nanjing: Southeast University, 2017. (in Chinese)

[20] 元兴军,肖志全,张荣凤. 斜交梁桥频率间接识别效果的影响参数[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42(6):119-126.

QI X J, XIAO Z Q, ZHANG R F. Influence parameters of frequency indirect identification effect for oblique beam bridge [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2020, 42(6): 119-126. (in Chinese)